

## 實驗三、交流電路的工具

前言：

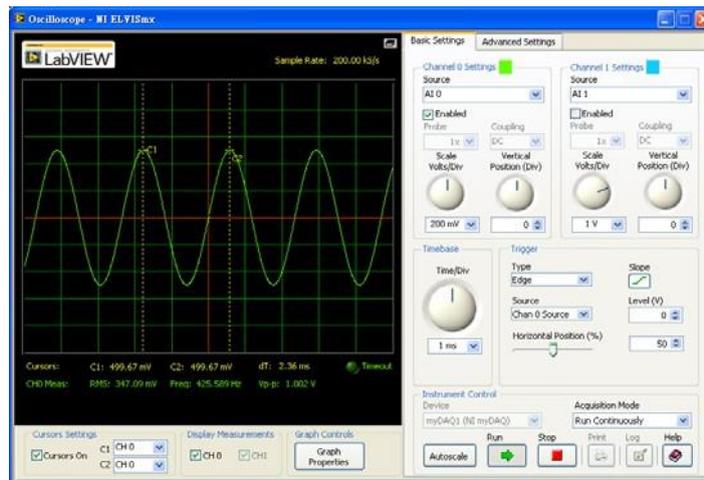


Figure 3-1 數位示波器的軟體人機介面面板

多數電子電路都是 AC(交流)電路，能夠設計一個好的電路取決於擁有一個能夠量測元件、阻抗並且顯示電路特性的輔助工具。一個好的量測工具再加上一點電路常識，您便能夠掌握任何電子電路並得到最佳的響應結果，在此實驗便要讓您了解NI my DAQ工具的使用。

### 3-1 實驗目的：

本實驗介紹 NI my DAQ 工具在 AC 電路中的功能，包含：

- 訊號產生器
- 示波器
- Bode 分析儀

### 3-2 本實驗中所用到的軟體人機介面：

- 訊號產生器 FGEN
- 示波器 OSC
- 波德圖分析儀 Bode A

### 3-3 本實驗中所用到的電子元件：

- $1k\Omega$  電阻器 R (棕，黑，紅)
- $1\mu F$  電容器 C

### 3-4 波德圖

波德圖，又名伯德圖、波特圖，是線性非時變系統的傳遞函數對頻率的半對數座標圖，其橫軸頻率以對數尺度表示，利用波德圖可以看出系統的頻率響應。波德圖一般是由二張圖組合而成，一張幅頻圖表示頻率響應增益的分貝值對頻率的變化，另一張相頻圖則是頻率響應的相位對頻率的變化。

波德圖可以用電腦軟體（如 MATLAB）或儀器繪製，也可以自行繪製。利用波德圖可以看出在不同頻率下，系統增益的大小及相位，也可以看出大小及相位隨頻率變化的趨勢。

波德圖的圖形和系統的增益，極點、零點的個數及位置有關，只要知道相關的資料，配合簡單的計算就可以畫出近似的波德圖，這是使用波德圖的好處。

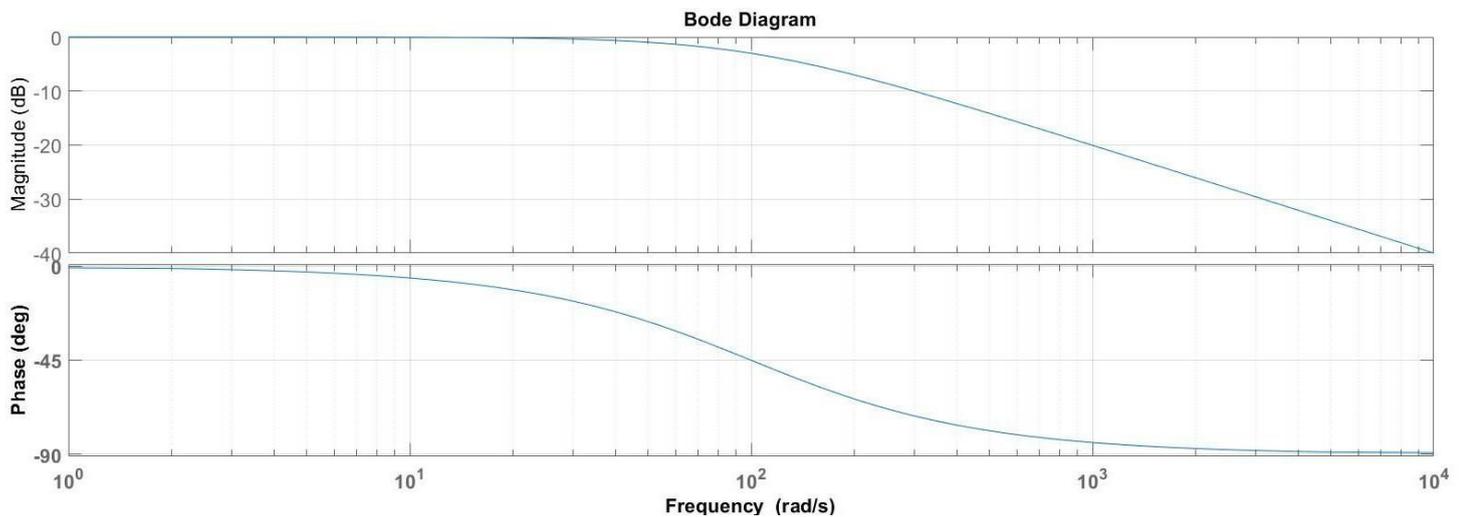


Figure 3-2 波德圖

### 3-5 本實驗中所用到的基本原理：

3-5.1 本實驗需要瞭解電阻、電容、電感電壓與電流之間的相位關係，此方面所需用的原理可以參考實驗二中的 2-1.3、2-2.3 與 2-3.2 的原理。

3-5.2 由實驗二的基本原理 2-4.2 可得  $\left| \frac{V_{out}(t)}{V_{in}(t)} \right|$  對角頻率  $\omega$  的作圖如 Figure 3-3 所示，可以看出此電路可以抑制高頻的信號或雜訊。而截止頻率由時間常數(time constant,  $\tau = RC$ ) 控制。截止頻率一般是指放大倍率(Gain)降低到  $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7071$  時的頻率，由 2-4.2 可以得知，RC 低通率波電路的截止頻率(角頻率)恰巧為 RC 時間常數的倒數，也就是  $\omega_0 = \frac{1}{RC} = 2\pi f_0$ ， $f_0$  也是截止頻率，但是單位為 Hz(DC) 時的 1 降到  $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7071$ ，這提供了一個測試 RC 值的方法。

另外，由  $\frac{V_{out}(t)}{V_{in}(t)}$  為一複數，其相位角為  $-\tan^{-1}(\omega RC)$ ，亦即輸出電壓  $V_{out}(t)$  與輸入電壓  $V_{in}(t)$

一相位差，如 Figure 3-3 的右圖所示，且其相位差為頻率的函數。舉例而言，當  $\omega = \omega_0$  時，相位角為 -45 度。這提供了另一個測試 RC 值的方法。

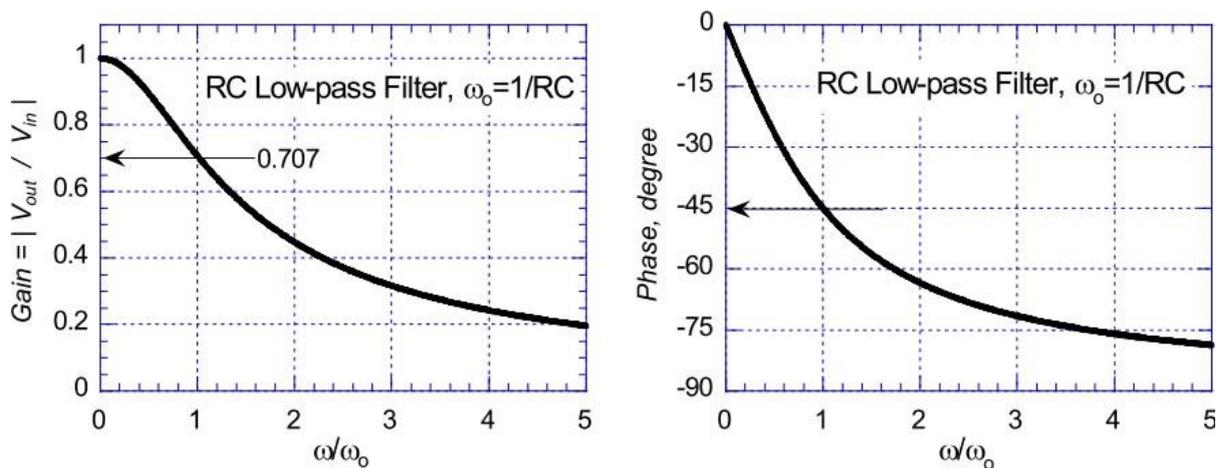


Figure 3-3 RC 低通電路之電壓增益(Gain)與其相位差(Phase)對頻率之關係圖

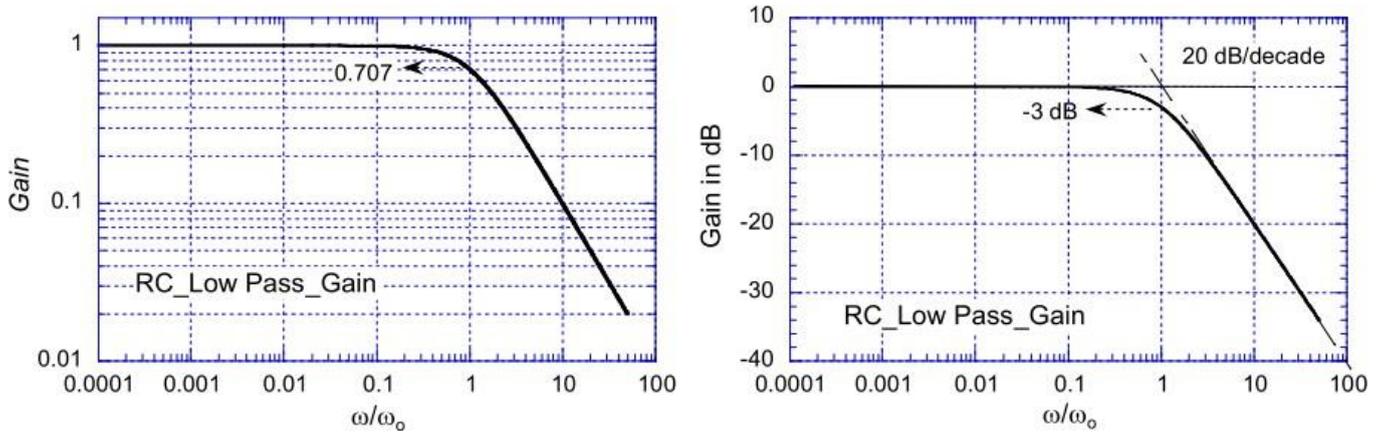


Figure 3-4 RC 低通電路之電壓增益(Gain)對頻率之Log Scale 圖(左)與dB增益(Gain)對頻率的Log Scale圖(右)

如果將RC 電路的Gain 對 $\omega/\omega_0$ 的關係重新作圖，但是二者均採用Log scale，會得到如Figure 3-4 左圖的結果，由Gain 對 $\omega/\omega_0$ 的Log scale 圖，可以較清楚地看出，除了在 $\omega/\omega_0 = 1$ 的轉折點附近，Gain 對 $\omega/\omega_0$ 的Log scale 關係，可以由二條直線近似之。

**3-5.3** 我們將引進 dB 的概念；dB 不同於一般的"單位"，它事實上是一個"比值"，同時以 Log scale 表現；既然是"比值"，因此涉及二個量，並且一定是二個"能量"或"功率"之間的比值。以功率為例，假設  $p$  為一功率， $p_0$  為另一個參考或比較的功率，則功率  $p$  的 dB 值定義為；

$$dB = 10 \cdot \log_{10} \frac{P}{P_0}$$

由於許多功率或能量均正比於某一個物理量的平方，例如電能或電功率正比於電壓(V)的平方，因此如果直接用電壓(V)與參考電壓( $V_0$ )的比值，則電能或電功率的 dB 值會是；

$$dB = 10 \cdot \log_{10} \frac{P}{P_0} = 10 \cdot \log_{10} \frac{V^2}{V_0^2} = 20 \cdot \log_{10} \frac{V}{V_0}$$

回到 RC 電路的 Gain 對 $\omega/\omega_0$ 的關係圖，如果採用輸出電能對輸入電能的 dB 值表示 Gain，則會得到上圖中右圖的結果，注意，因為已經換算成 dB 值，因此縱軸為 linear scale，同時 Gain=1 對應 0 dB、Gain=0.1 對應 -20 dB、Gain=0.01 對應 -40 dB；同時，當 $\omega/\omega_0 = 1$ 時，Gain=0.707，對應之 dB 值為 -3 dB(或較正確的-3.01dB)，因此 $\omega_0$  又稱之為 -3 dB 的截止頻率，也就是當 $\omega = \omega_0$  時，其電壓大小減少至約 70.7% 的水準，而其功率則是降低至 1/2 的水準。同理，-6 dB 的截止頻率可以定義為當電壓大小減少至 1/2 或功率降低至 1/4 的水準時的頻率。

以線性的 dB 值為縱軸，Log Scale 的頻率為橫軸，所得到的 Gain-Frequency 關係圖稱之為波德圖(Bode Plot)，如Figure 3-4 中的右圖。對低通濾波器的RC 電路而言，除了在 $\omega/\omega_0 = 1$  的轉折點附近，其波德圖可以由二條直線近似之；低頻範圍內( $\omega \ll \omega_0$ )為一水平直線 dB=0 高頻範圍內( $\omega \gg \omega_0$ )為  $dB = -20 \log_{10} \frac{\omega}{\omega_0}$  的直線，或者稱之為 20 dB per decade 的滾降率(rolling off)；其意義是： $\omega$  每增加 10 倍(a decade)，Gain 會減少 20 dB。由數學上而言，

$$\left| \frac{V_{out}(t)}{V_{in}(t)} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}}$$

$$dB \text{ in Gain} = 20 \cdot \log_{10} [1 + (\omega/\omega_0)^2]$$

$$= \begin{cases} 0, \text{ for } \omega \ll \omega_0 \\ -20 \cdot \log_{10}(\omega/\omega_0), \text{ for } \omega \gg \omega_0 \end{cases}$$

### 3-6 實驗練習

#### 練習3-6.1 量測電路中的元件

實驗步驟：

1. 利用數位電錶量測電阻器的電阻值 R。
2. 再用數位電錶量測電容器的電容值 C。
3. 將量測結果填入下列空格中。

電阻器 R \_\_\_\_\_ (標準值 1k )

電容器 C \_\_\_\_\_ (標準值 1 F)

#### 練習 3-6.1 結束

對一個電阻器而言，其阻抗值與 DC 時的電阻值相同，並落在 2-D 圖的 X 軸上，通常稱為實數元件 (real component)。而對一個電容器而言，阻抗值(或稱為電抗) $X_C$  是虛數，並與操作頻率相關，阻值將會落在 2-D 圖上的 Y 軸上，稱為虛數元件(imaginary component)。電容的電抗值可以下列數學式表示：

$$X_C = \frac{1}{j\omega C}$$

其中  $\omega$  為角頻率(radians/sec)，j 表示虛數。在串聯的 RC 電路中總阻抗值為兩個元件之阻抗相加，R 為實部，而  $X_C$  為虛部。

$$Z = R + X_C = R + \frac{1}{j\omega C} \text{ (Ohms)}$$

阻抗值也可以用向量的方式表現在極座標圖上：

$$\text{大小} = \sqrt{R^2 + X_C^2}, \text{ 相位 } \theta = \tan^{-1} \left( \frac{X_C}{R} \right)$$

電阻器的阻抗向量位於實數軸上(X)，而電容器的阻抗向量則沿著虛數軸(Y)往負的方向移動。根據複數代數的定義

$$\frac{1}{j} = -j$$

#### 練習3-6.2 利用訊號產生器以及示波器測試RC 串聯電路

實驗步驟：

1. 在麵包板上用 1 $\mu$ F 的電容和一個 1k $\Omega$  的電阻建立一個分壓電路，如 Ffigure3-5 所示。
2. 將 RC 電路的輸入端接到 NI myDAQ 的 [AO0] 以及 [AGND] 端。  
※註:此AGND是接在AO的

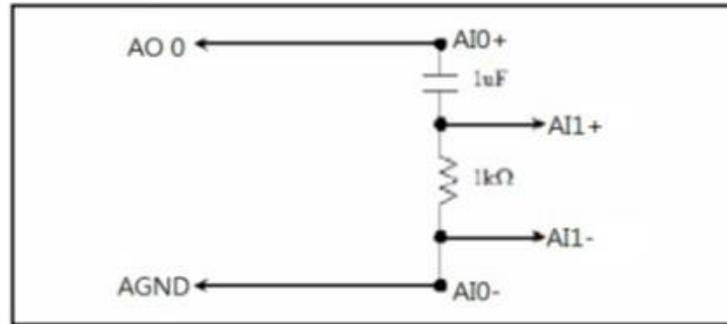


Figure 3-5 RC 電路圖

※註：我們利用經常被拿來測試 AC 電路的訊號產生器來進行我們的 RC 電路測試。在 NI ELVISmx Instrument Launcher 中選擇 FGEN。

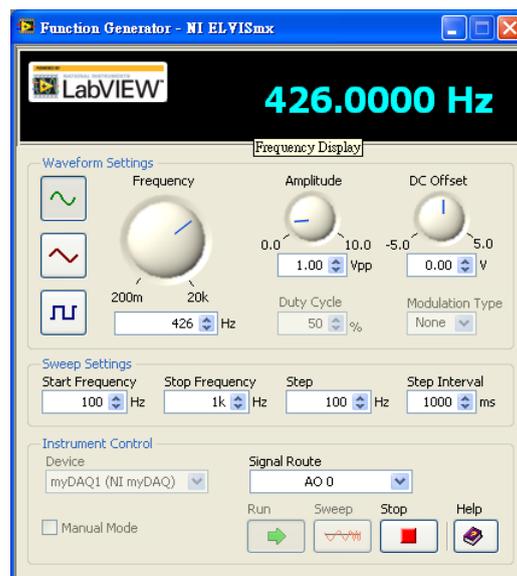


Figure 3-6 Function Generation 的軟體人機介面

3. 利用 FGEN 的軟體人機介面有控制鈕可用來調整頻率、輸入波形以及訊號的強度。其中頻率的調整可分為兩個階段，包含十進位的粗調按鍵以及旋轉式的微調鈕；輸入波形則包含了正弦波、方波以及三角波。

※註：如果您想在 AC 訊號中加入 DC 偏壓，在軟體人機介面的 FGEN 中能使用 DC Offset 功能

4. 執行示波器分析 RC 電路的電壓訊號。

- 4.1 在 NI ELVISmx Instrument Launcher 中選擇 Scope。

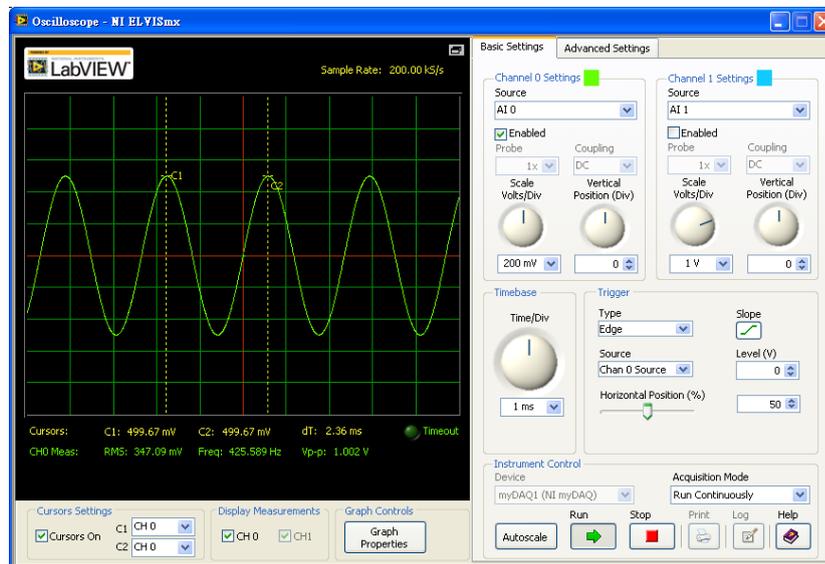


Figure 3-7 Oscilloscope

※註：NI ELVISmx 示波器的軟體人機介面面板跟大部份的示波器相似，但 NI ELVISmx 示波器可以自動將輸入端切換到多種不同的來源。點選 CHANNEL 0，在 Source 方塊中可以看到以下的選項列表：AI 0、AI 1、AudioInput Left、AudioInput Right。

4.2 選擇 CHANNEL 0 的 Source 之下拉選單。

4.3 按照 Figure 3-7 設定 Channel 0 的 Source, TRIGGER 以及 TIMEBASE 的輸入。這樣的設定值可以在 Channel 0 中觀察到訊號產生器所產生的訊號波形

4.4 FGGEN SFP 以及 OSC SFP 上的 Run 按鍵。

4.5 藉由控制 FGGEN，而在示波器的視窗上觀察其變化。

勾選 Display Measurements CH0，使示波器進行 Channel 0 中頻率以及波峰波谷、振幅的數值的量測，量測結果將顯示於示波器螢幕的下方。

4.6 接著將 AI1(Channel 1)輸入端連接到 1k 的電阻。

在一特定頻率下，此時在 Channel 1 與 Channel 0 上的振幅比例則可定義為該頻率下電路的增益值。由於電路中沒有放大器，所以增益值通常小於 1。藉著調整不同的頻率並觀察其變化，您就可以慢慢了解 RC 被動濾波器電路的頻率特性。

※挑戰: 找出增益值為  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  時的頻率，並在示波器上量出此頻率下 Channel 0 以及 Channel 1 的相位差。

5. 關閉訊號產生器以及示波器

練習 3-6.2 結束

### 練習3-6.3 RC 電路的增益/相位波德圖(Bode Plot)

在 Bode Plot 中可以利用圖形的方式清楚的定義出 AC 電路的頻率特性，振幅以分貝為單位來表現電路的增益大小，並且為頻率的函數；相位則為輸入及輸出訊號的相位差，並以線性的方式來表現，同樣也是頻率的函數。

實驗步驟：

1. 在 NI ELVISmx Instrument Launcher 中選擇 Bode。

Bode Analyzer 可以針對某一特定的頻率範圍進行掃描，從起始頻率以一定的 $\Delta F$  增加至最終頻率，同時您也可以設定正弦波測試訊號源的振幅大小。Bode Analyzer 利用軟體人機介面訊號產生器產生測試波形，AO 0 的輸出端必須同時接到您的測試電路以及 AI 0，測試中電路的輸出端則接到 AI 1。其他更詳細的功能請點選 Bode Analyzer 視窗右下方的[HELP]查詢。

2. 按照上文所述，在 NI myDAQ 以及麵包板上重新接出類似 Figure 3-8 中的這個 RC 電路。

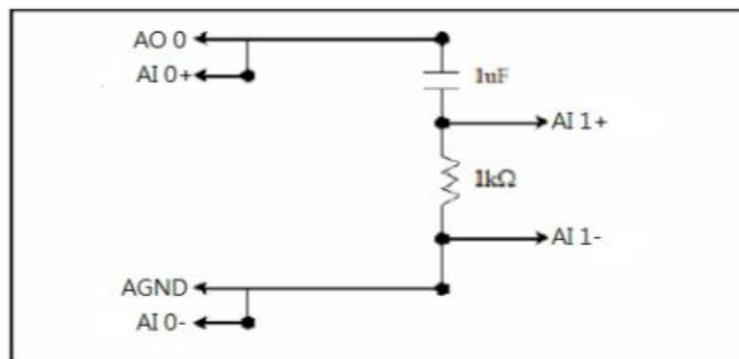


Figure 3-8 RC 電路圖

3. 確認您的電路無誤之後，按下 Run 按鍵。
4. 利用 Graph Settings 的功能選擇圖示的樣式，並利用游標來取出頻率的特性。

※註: 振幅為-3dB 時的頻率與相位為 45 度時的頻率相同。

練習 3-6.3 結束

### 3-7 實驗總結：

示波器以及 Bode Analyzer 的軟體人機介面都有 Log 的按鈕，當您執行此功能時，程式會將圖中的數據碟空白的表格檔案中，您可以用 Excel、LabVIEW、DIAdem 或是其他的方法將圖畫出來進行更深入的分析。

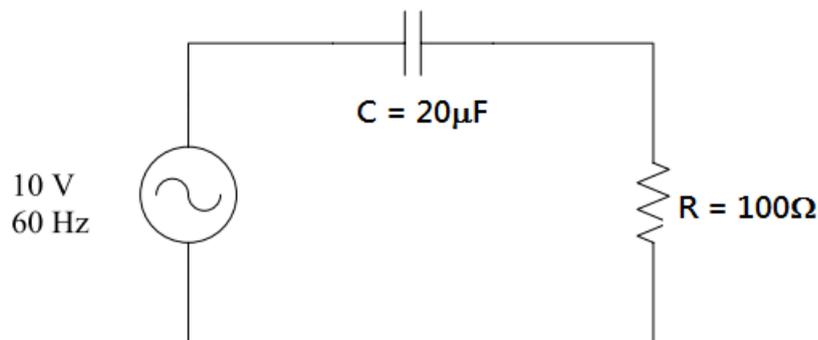
2013/8/9 下午 04:01		
Amplitude: 2.00 V		
Freq (Hz)	Gain (dB)	Phase (deg)
20.000	-17.649	81.312
31.698	-13.801	77.016
50.238	-10.117	70.562
79.621	-6.761	61.418
126.191	-4.023	49.725
200.000	-2.138	37.102
316.979	-1.034	25.724
502.377	-0.486	17.237
796.214	-0.234	11.367
1261.915	-0.121	7.183
2000.000	-0.067	4.615
3169.786	-0.040	2.959
5023.773	-0.026	1.889
7962.143	-0.019	1.207
12619.147	-0.015	0.771
20000.000	-0.012	0.514

Figure 3-10 波得圖數據

### 3-8 預習作業：

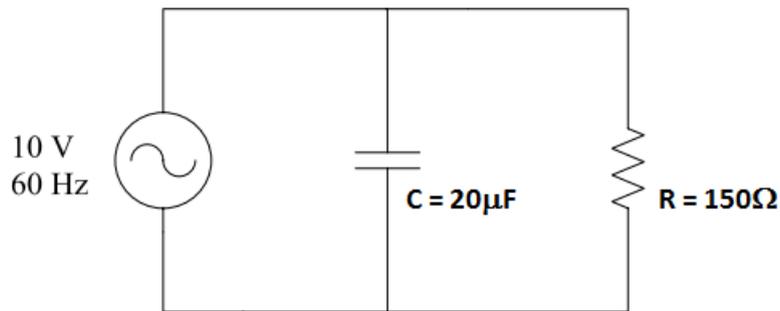
Reading Assignment：ELVIS for Lab.3

- 試敘述電阻元件上所標示之色碼分別代表何意義，以一"綠、藍、紫、金"排序之電阻為例，計算其值為何？並簡單描述一般電阻與精密電阻的差異為何？
- 如下圖所示，在 RC 串聯電路中分別求出：
  - 總組抗值  $Z$
  - 電容電抗值  $X_c$
  - 電流值  $I$
  - 電壓值  $V_c$
  - 電壓值  $V_R$



3. 如下圖所示，在 RC 並聯電路中分別求出：

- (a) 總組抗值  $Z$             (d) 電流值  $I_c$   
 (b) 電容電抗值  $X_c$         (e) 電流值  $I_R$   
 (c) 總電流值  $I$



### 3-9 問題與討論：

1. 在練習 3-6.2，利用示波器分析 RC 電路的電壓訊號時，當 NI myDAQ 的 AI 1(Channel 1)輸入端 連接到  $1k\Omega$  的電阻後，此時在 Channel 1 與 Channel 0 上的振幅比例則可定義為該頻率下電路的增益值。在操作過程中，此增益值通常為多少？為什麼？
2. 續問題 1，找出增益值為時的頻率，並在示波器上量出此頻率下 Channel 0 以及 Channel 1 的相位差。
3. 在練習 3-6.3，訊號振幅到 -3dB 時的頻率和相位差為 45 時的頻率相同，找出此頻率，並解釋為什麼。

元件 or 符號	規格	型號
R	1K	
C	1 $\mu$	